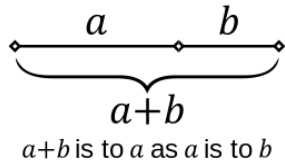


Η χρυσή τομή φ

Επιμέλεια: Χρύσα Παπαγεωργίου

Στα Μαθηματικά και την τέχνη, δύο ποσότητες έχουν αναλογία χρυσής τομής αν ο λόγος του αθροίσματος τους προς τη μεγαλύτερη ποσότητα είναι ίσος με το λόγο της μεγαλύτερης ποσότητας προς τη μικρότερη. Η εικόνα αναπαριστά τη γεωμετρική ερμηνεία των παραπάνω.



Εκφρασμένο αλγεβρικά:

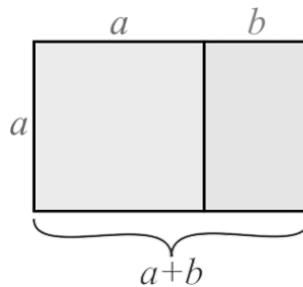
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

όπου το γράμμα φ (προς τιμήν του γλύπτη Φειδία) αντιπροσωπεύει την χρυσή τομή. Η τιμή του είναι:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803\ 39887\ \dots$$

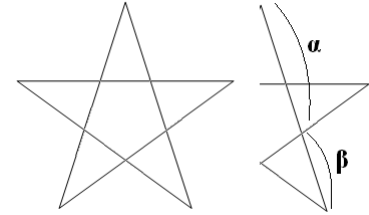
Επίσης, ισχύει: $\varphi = \sqrt{\varphi + 1}$ και $\sqrt{\varphi} = \frac{4}{\pi}$

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με αναλογίες χρυσής τομής, με μεγαλύτερη την πλευρά a και μικρότερη την πλευρά b , όταν τοποθετείται δίπλα σε ένα τετράγωνο με πλευρές μήκους a , θα παραχθεί ένα όμοιο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με αναλογίες χρυσής τομής με μεγαλύτερη πλευρά την $a + b$ και μικρότερη την a . Αυτό αναπαριστά η σχέση:



Η χρυσή τομή αναφέρεται επίσης και ως **χρυσός λόγος** ή **χρυσός κανόνας**. Άλλα ονόματα είναι **χρυσή μετριότητα** και **Θεϊκή αναλογία** ενώ στον Ευκλείδη ο όρος ήταν «**άκρος και μέσος λόγος**».

Οι Μαθηματικοί από την εποχή του Ευκλείδη μέχρι σήμερα έχουν μελετήσει τις ιδιότητες της χρυσής τομής, συμπεριλαμβανομένης της εμφάνισής της στις διαστάσεις ενός κανονικού πενταγώνου και ενός χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, το οποίο μπορεί να χωριστεί σε ένα τετράγωνο και ένα παρόμοιο παραλληλόγραμμο με τον ίδιο λόγο πλευρών όπως το αρχικό.



Ο χρυσός λόγος ήταν γνωστός στους Πυθαγορείους. Στο μυστικό τους σύμβολο, την πεντάλφα, ο χρυσός λόγος εμφανίζεται στις πλευρές τους αστεριού καθώς και στο πηλίκο του εμβαδού του κανονικού πενταγώνου με κορυφές τις άκρες της πεντάλφα προς το εμβαδόν του κανονικού πενταγώνου που σχηματίζεται εντός του αστεριού.

Πολλοί καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες του 20ου αιώνα προσάρμοσαν τα έργα τους, ώστε να προσεγγίζουν τη χρυσή αναλογία, ιδίως στη μορφή του χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου, πιστεύοντας ότι αυτή η αναλογία είναι αισθητικά ευχάριστη.

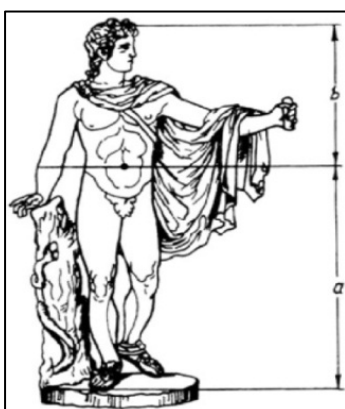
Η χρυσή τομή έχει χρησιμοποιηθεί επίσης για την ανάλυση των αναλογιών φυσικών αντικειμένων καθώς και τεχνητών συστημάτων όπως οι οικονομικές αγορές.

Ο αριθμός φ συνδέεται επίσης με την αριθμητική σειρά του Φιμπονάτσι: 0, 1, 1, 3, 5, 8, 13, 21... (κάθε μέλος της σειράς, από το τρίτο και μετά, είναι άθροισμα των δύο προηγούμενων αριθμών). Οποιοσδήποτε αριθμός της σειράς μπορεί να προκύψει (κατά προσέγγιση), ως συνάρτηση του αριθμού φ .

Χρυσές αναλογίες στο ανθρώπινο σώμα

Ο « φ » έχει συσχετιστεί με τις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος, τους βιορυθμούς του, τον καρδιακό ρυθμό, την απόσταση των ζωτικών οργάνων μεταξύ τους. Ο αρχιτέκτονας Le Corbusier (1887-1965) κατασκεύασε μια κλίμακα αναλογιών που ονόμασε *Le Modulor*, η οποία βασίζεται στο ανθρώπινο σώμα. Σύμφωνα με αυτή, ο ομφαλός διαιρεί το ανθρώπινο σώμα σε λόγο χρυσής τομής.

Στην παρακάτω εικόνα (άγαλμα του Απόλλωνα), φαίνεται ότι η ομφαλική γραμμή διαιρεί το ύψος του σώματος σε χρυσό λόγο.

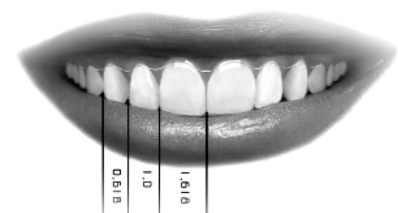


Παρατηρώντας με λεπτομέρεια το ανθρώπινο σώμα, μπορούμε να βρούμε κι άλλες διαιρέσεις σε χρυσό λόγο. Για παράδειγμα ο καρπός διαιρεί το χέρι από τον αγκώνα και κάτω σε λόγο χρυσής τομής, ενώ αν παρατηρήσουμε τις φάλαγγες του δείκτη μας, φαίνεται πως καθεμιά βρίσκεται σε χρυσή αναλογία με την επόμενη της.

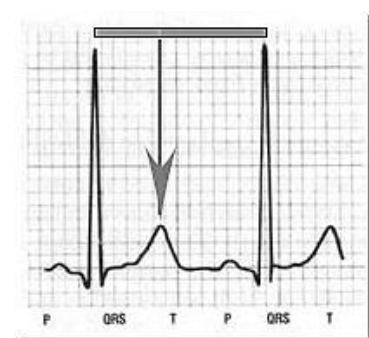


Η χρυσή αναλογία εμφανίζεται στις αναλογίες των δοντιών μας, του αυτιού μας αλλά και σε πολλές άλλες λεπτομέρειες του προσώπου μας, όπως είναι τα χείλη, τα μάτια ή ακόμα και η μύτη. Προσέξτε τη χρυσή σπείρα που εμφανίζεται στο εικονιζόμενο αυτί.

Η χρυσή αναλογία εμφανίζεται στις αναλογίες των δοντιών μας, του αυτιού μας αλλά και σε πολλές άλλες λεπτομέρειες του προσώπου μας, όπως είναι τα χείλη, τα μάτια ή ακόμα και η μύτη. Προσέξτε τη χρυσή σπείρα που εμφανίζεται στο εικονιζόμενο αυτί.



Το παρακάτω σχεδιάγραμμα είναι ένα καρδιογράφημα σε στιγμή ηρεμίας. Για τους γιατρούς είναι μία ιδιαίτερα ικανοποιητική ένδειξη όταν το διάστημα μεταξύ δύο οξέων επαρμάτων R διαιρείται σε λόγο χρυσής τομής από ένα έπαρμα T. (το βέλος στο διάγραμμα).



Η χρυσή τομή στην Αρχιτεκτονική

Φαίνεται πως η χρυσή τομή δημιουργεί την αίσθηση του ωραίου, γι' αυτό και όχι μόνο η φύση αλλά κι εμείς στην καθημερινή μας ζωή την προτιμάμε. Τα φύλλα φωτοτυπικού A4, οι χρεωστικές / πιστωτικές κάρτες αλλά και οι πιο πολλές ευχετήριες κάρτες είναι χρυσά ορθογώνια.

Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν την αναλογία της χρυσής τομής στο κτίσιμο των πυραμίδων. Οι αρχαίοι Έλληνες πέτυχαν με το ϕ να χωρίσουν τα σκαλιά του θεάτρου της Επιδαύρου σε δύο μέρη με τέτοιο τρόπο, ώστε το αισθητικό αποτέλεσμα να είναι άριστο. Χαρακτηριστικό παράδειγμα της χρυσής αναλογίας αποτελεί ο Παρθενώνας, του οποίου οι διαστάσεις έχουν λόγο ϕ . Επειδή τα χρυσά ορθογώνια είναι όμοια μεταξύ τους, ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς την μικρή πλευρά, είναι ο αριθμός $(\sqrt{5} + 1)/2$ που διεθνώς συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα ϕ , το αρχικό του ονόματος του Φειδία, δημιουργός των γλυπτών του Παρθενώνα.

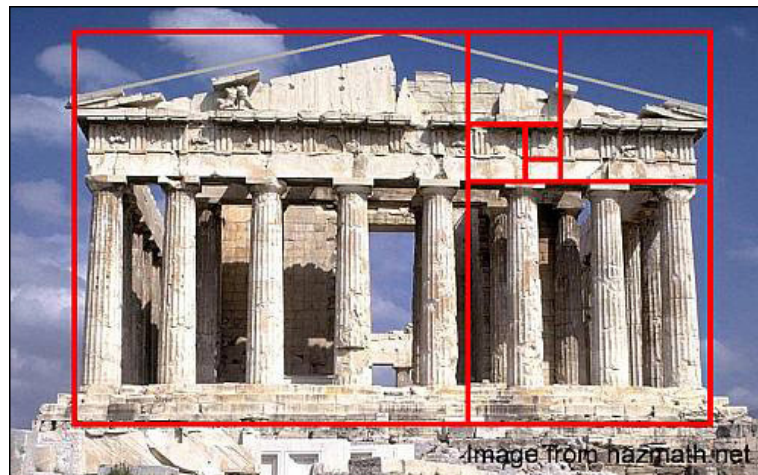
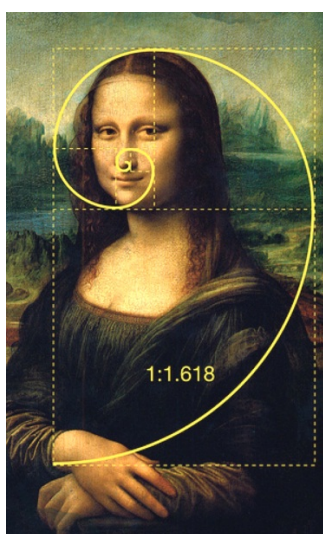
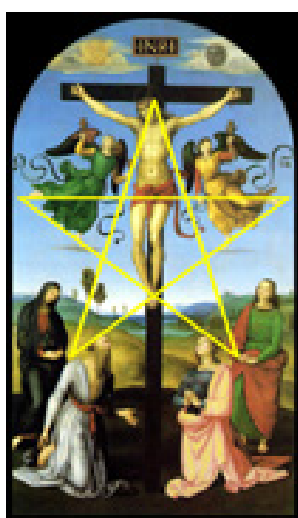


Image from hazzmuth.net
Η πρόσοψη του Παρθενώνα, όπως φαίνεται και από τη φωτογραφία, μπορεί νοητά να εγγραφεί σε ένα χρυσό ορθογώνιο που σημαίνει ότι ο λόγος των διαστάσεών του είναι ο αριθμός ϕ .

Η χρυσή τομή στην Τέχνη



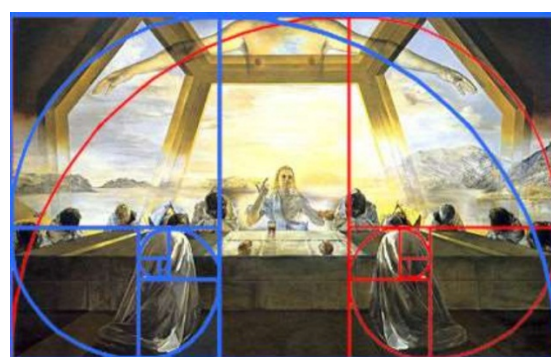
Μόνα Λίζα
(Leonardo da Vinci)



Η Σταύρωση
(Raphael)



Η Αγία Οικογένεια
(Michelangelo)



Μυστικός Δείπνος
(Salvador Dali)

Η «Μόνα Λίζα» του Leonardo da Vinci αποτελεί έναν από τους πιο μυστηριώδεις πίνακες. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκαν πολλά σημεία με το Χρυσό Αριθμό στον πίνακα: Η απόσταση από τα δάχτυλα της Μόνα Λίζα μέχρι την κορυφή του μετώπου είναι 1,618 όπως κι η απόσταση από τα δάχτυλα μέχρι τη βάση του λαιμού. Επίσης, ο Leonardo ζωγράφισε τη Μόνα Λίζα, ώστε η μορφή της να χωράει τέλεια σ' ένα χρυσό ορθογώνιο. Ο υπόλοιπος πίνακας γύρω από το πρόσωπο είναι χωρισμένος επίσης σε ένα χρυσό ορθογώνιο. Παρόλα αυτά, πολλοί πιστεύουν πως δεν έχει χρησιμοποιηθεί καθόλου στον πίνακα ο χρυσός λόγος, ενώ κάποιοι άλλοι λένε πως εντοπίζεται μόνο στο ορθογώνιο γύρω από το πρόσωπο. Ωστόσο, δεν υπάρχει καμία ένδειξη που να αναφέρει ξεκάθαρα που ακριβώς θα έπρεπε να χαραχτεί αυτό το ορθογώνιο. Αξιοσημείωτο είναι πως οι ίδιες αναλογίες χρησιμοποιήθηκαν σε άλλα πρόσωπα που ζωγράφισε ο Leonardo da Vinci. Επομένως, δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι αυτές οι αναλογίες έχουν το ϕ , άρα και εάν βασίστηκε πάνω σ' αυτόν τον αριθμό ο Λεονάρντο, παρόλο που ξέρουμε πως ο καλλιτέχνης είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά. Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε πως στον πίνακα «Μόνα Λίζα» ενδέχεται να υπάρχει η Χρυσή Τομή, χωρίς αυτό να είναι εξακριβωμένο.

Χρυσές αναλογίες σε φυτά και ζώα

Οι αρχαίοι Έλληνες και πρώτος ο Πυθαγόρας, βρήκαν ότι τα σχέδια των λουλουδιών, η διάταξη των φύλλων γύρω από το μίσχο, η διάταξη των πετάλων στις μαργαρίτες και στα ηλιοτρόπια δεν γίνονται τυχαία αλλά σύμφωνα με τη Χρυσή Τομή. Τα λεγόμενα χρυσά σπειροειδή που βασίζονται στο ϕ απαντώνται στις σπείρες των οστρακοειδών, αρκετών σπειροειδών Γαλαξιών, ακόμη και στις σπείρες του DNA ή στα δακτυλικά μας αποτυπώματα.. Αυτό συμβαίνει γιατί τα πάντα αυξάνονται με ένα ρυθμό ίσο με ϕ . Στις επόμενες εικόνες φαίνονται κάποια από τα χιλιάδες παραδείγματα.

